

# 慶應義塾大学医学部 解答速報

## 2011年度 数学

※この紙面の内容の全て、または一部を無断で複製・転用することを堅く禁止致します。

### 数学講評

難易度：例年通り 分量：例年通り 1次通過ライン：55%以上 正規合格ライン：65%以上

小問集合1題を含む大問4題の構成は例年通りで、出題分野も繰り返し試行の確率、面積の最大最小は慶應では定番の内容である。今年の問題は、出題の内容自体は基本的なことばかりだが、式が非常に煩雑で先の見えない計算が続く。解答形式が答えのみの穴埋めであることも合わせて、慎重な計算が要求される。小問集合は非常に簡単であるのでさくっと終わらせ、第2問の確率で点数を確保した後に、第3問か第4問を腰を据えて取り組むといったところだろう。特に第4問の証明問題は式の煩雑さに加えて、着地点が見えにくい難問であった。

### I

(1)

(あ)  $\frac{1}{2}$       (い)  $2^{n-1}$       (う)  $-n-1$       (え)  $-n-2$

(2)

(お)  $-5$       (か)  $-\sqrt{2}$       (き)  $5\sqrt{2}$       (く)  $\frac{3}{4}\pi$

(3)

(け)  $-2$       (こ)  $3$       (さ)  $-2$       (し)  $-1$   
 (す)  $-2$       (せ)  $1+\sqrt{6}$       (そ)  $-2$       (た)  $1-\sqrt{6}$   
 (ち)  $\sqrt{2}x+2\sqrt{2}+1$       (つ)  $-\sqrt{2}x-2\sqrt{2}+1$

(解説)

(1) 剰余の定理を用いて簡単に  $a, b$  の値が決まる。一般に、多項式  $P(x)$  が  $(x-a)^2$  で割り切れるなら  $P(x)$  を関数と見なしたときの導関数  $P'(x)$  で与えられる多項式は  $x-a$  で割り切れることに注意。

## 慶應義塾大学医学部 2次対策講座

■慶應個人面接通信指導 ¥3,150 (メールの場合), ¥5,250 (FAXの場合)

メール/FAX を使い (1) 志望理由を完璧な内容に改善し, (2) 出願内容に基づいた想定質問とそれに対する模範解答の作成指導を行います。

■慶應小論文スピード通信添削 ¥3,150

FAX で送って頂いた答案を合格答案へと添削し, 提出翌日の 13 時までにはメール/FAX で返却します。

■慶應二次対策オールインワンスクーリング 3/2(水)or 3/3(木) ¥21,000

アムスが最強と言われる総合二次対策です。やや難しめの模擬面接となりますが, 今年もビシビシやります。1次合格者のうち上位3分の1に食い込まないと正規合格は叶いません。1次合格者間で学科得点にはたいした開きのないことを肝に銘じて臨みましょう。面接はかなり専門的な事柄についてもきっちりあなたの意見を質されます。どういったスタンスから発言するべきか要注意。小論文は点数化して評価。予想外の課題が出て形は常に一定。その形を利用して得点を取る方法を教えます。



※この紙面の内容の全て、または一部を無断で複製・転用することを堅く禁止致します。

(2)  $A = BC$  の成分を比較すると、 $u \neq 0$ ,  $\sin \theta = -\cos \theta$  がわかる。 $\theta$  の値の範囲から  $\theta = \frac{3\pi}{4}$  を得る。あとは成分比較から容易に求まる。

(3) 与えられた方程式は  $\frac{(x+2)^2}{2} - \frac{(y-1)^2}{4} = -1$  と同値。

双曲線  $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4} = -1$  に対して諸々の値・方程式を求めてから平行移動を施せば良い。

Ⅱ

$$(1) 1 - \left(\frac{n-2}{n}\right)^r$$

$$(2) 2\left(\frac{2}{n}\right)^r - \left(\frac{1}{n}\right)^r$$

$$(3) n(n-1)(2^{r-1} - 1)\left(\frac{1}{n}\right)^r$$

$$(4) 1 - 2\left(\frac{n-1}{n}\right)^r + \left(\frac{n-2}{n}\right)^r$$

$$(5) \left(\frac{k}{n}\right)^r - \left(\frac{k-1}{n}\right)^r$$

$$(6) \frac{1}{n^2} \{(2n-3) \cdot 2^{n+1} + 6\}$$

(解説)

(1) 操作を  $r$  回繰り返して、1 もしくは 2 の玉が少なくとも 1 個取り出された確率を求める。余事象は、1 と 2 の玉が 1 度も取り出されない、であり、その確率は  $\left(\frac{n-2}{n}\right)^r$ 。

(2) 事象  $B, C$  を次のようにする。 $B: A \subset \{1, 2\}$ ,  $C: A \subset \{1, 3\}$ . 求める確率は  $P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(B \cap C)$ , である。

(3)  $A$  の要素の組合せが  ${}_nC_2$  通りあり、各組に対して、2 つの要素のいずれかしか取り出さない確率から 1 つの要素しか取り出さない確率の 2 倍を引いて確率を計算する。

(4)  $n$  を取り出さない確率と  $n-1$  を取り出さない確率を 1 から引いてどちらも取り出さない確率を足しておけば良い。

(5)  $k$  以下の玉のみを取り出す確率から  $k-1$  以下の玉のみを取り出す確率を引く。

(6)  $\sum_{k=1}^n 2^k p_k$  を計算する。ここで行うのは頻出の計算問題である。

(page 2 of 5)

医学部合格に必要なすべてを完成させます

AMS

受付時間 TEL.03-3443-1010  
<平日 12-20 時>

PC <http://www.ams01.co.jp/> <http://www.ams01.co.jp/i/>

東大理系現役合格を実現します。

麻布八雙会

受付時間 TEL.03-3443-0108  
<平日 12-20 時>

PC <http://www.azabu-hassoukai.jp/> <http://www.azabu-hassoukai.jp/i/>



※この紙面の内容の全て、または一部を無断で複製・転用することを堅く禁止致します。

## Ⅲ

(1)

$$\text{あ } \frac{3}{20 - (t^2 + \frac{64}{t^2})}$$

い  $2\sqrt{2}$ 

$$\text{う } \frac{t^2 - 10 + \sqrt{t^4 - 11t^2 + 64}}{3}$$

(2)

$$\text{え } \frac{\sqrt{(16 - t^2)(t^2 - 4)}}{2(t + 4)}$$

(3)

お 4

$$\text{か } \frac{\sqrt{(16 - t^2)(t^2 - 4)} + \sqrt{(36 - t^2)(t^2 - 4)}}{20}$$

$$\text{き } \sqrt{\frac{140}{11}}$$

(解説)

(1)

$\angle ABC = \theta$  とおくと、 $\triangle ABC$  において余弦定理を用いて

$$\cos \theta = \frac{10 - t^2}{6}$$

したがって

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{-t^4 + 20t^2 - 64}}{6}$$

よって、正弦定理より求める半径は

$$\frac{AC}{2 \sin \theta} = \frac{3}{20 - (t^2 + \frac{64}{t^2})}$$

$t^2 > 0$  より、相加相乗平均の関係を用いると上式は  $t^4 = 64$  のときに最小となる。

$AD = x$ ,  $\angle ADC = \phi$  とおくと、四角形  $ABCD$  が円に内接することから

$$\cos \theta + \cos \phi = 0$$

(page 3 of 5)

医学部合格に必要なすべてを完成させます

アムス

受付時間 TEL.03-3443-1010  
<平日 12-20時>

PC <http://www.ams01.co.jp/> [i-mode] <http://www.ams01.co.jp/i/>

東大理系現役合格を実現します。

麻布八雙会

受付時間 TEL.03-3443-0108  
<平日 12-20時>

PC <http://www.azabu-hassoukai.jp/> [i-mode] <http://www.azabu-hassoukai.jp/i/>



※この紙面の内容の全て、または一部を無断で複製・転用することを堅く禁止致します。

これを計算すると、 $3x^2 - 2(t^2 - 10)x + 12 - 3t^2 = 0$  を得る。  $X > 0$  であるから  $x = \frac{t^2 - 10 + \sqrt{t^4 - 11t + 64}}{3}$

(2)

$$2 \times \triangle ABC = AB \cdot BC \sin \theta = \frac{-t^4 + 20t^2 - 64}{2}$$

よって、求める半径は

$$\frac{2 \times \triangle ABC}{AB + BC + CA} = \frac{\sqrt{(16 - t^2)(t^2 - 4)}}{2(t + 4)}$$

(3)

AB, BC, CD, DA と内接円との交点をそれぞれ P, Q, R, S とおくと、PB = BQ, QC = CR, RD = DS, SA = AP であることから AD が求まる。

(1)(2) と同様に  $2 \times \triangle ADC$  を求めると

$$2 \times \triangle ADC = \frac{(36 - t^2)(t^2 - 4)}{2}$$

したがって、求める半径は

$$\frac{2 \times \triangle ABC + 2 \times \triangle ADC}{AB + BC + CD + DA} = \frac{\sqrt{(16 - t^2)(t^2 - 4)} + \sqrt{(36 - t^2)(t^2 - 4)}}{20}$$

これを微分して最大となる  $t$  を求める。このとき、 $s = t^2 - 4$  において、 $s$  で微分すると計算が多少楽になる。また、三角形の成立条件より  $2 < t < 4$  すなわち  $0 < s < 12$  であることに注意する。

IV

(1)

$$(あ) \left(1 + m^2\right) \left\{ \left(a - \frac{k}{am}\right)^2 + \frac{4}{m} \right\}$$

$$(い) \sqrt{-\frac{k}{m}}$$

(2)

$$(う) -\frac{k}{a^2}$$

(page 4 of 5)

医学部合格に必要なすべてを完成させます

AMS アムス

受付時間 TEL.03-3443-1010  
<平日 12-20 時>

PC <http://www.ams01.co.jp/> <http://www.ams01.co.jp/i/>

東大理系現役合格を実現します。

麻布八雙会

受付時間 TEL.03-3443-0108  
<平日 12-20 時>

PC <http://www.azabu-hassoukai.jp/> <http://www.azabu-hassoukai.jp/i/>



※この紙面の内容の全て、または一部を無断で複製・転用することを堅く禁止致します。

(3)  $S'(m) = -\frac{x_2 - x_1}{2} \left( a + \frac{k}{am} \right)$  であり、 $S'(-\frac{k}{a^2}) = 0$ .  $m < -\frac{k}{a^2}$  で  $S'(m) < 0$  なので  $S(m)$  は単調減少であり、 $m > -\frac{k}{a^2}$  で  $S'(m) > 0$  なので単調増加となる. 従って  $S(m)$  は  $m = -\frac{k}{a^2}$  で最小となる.

(4)

$$(え) 2k\sqrt{1 - \frac{1}{k}} - \log k - 2\log\left(1 + \sqrt{1 - \frac{1}{k}}\right)$$

(解説)

$l$  の方程式は  $y = m(x - a) + \frac{k}{a}$  であり、 $y = \frac{1}{x}$  と連立して  $x$  の 2 次方程式  $mx^2 - \left(am - \frac{k}{a}\right)x - 1 = 0$  を得る.  $x_1, x_2$  はこの方程式の異なる実数解である.

(1)  $AB^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = (1 + m^2)(x_2 - x_1)^2$  を計算する.  $AB$  が最小になるのは  $a - \frac{k}{am}$  が最小のとき.  $m < 0$  に注意して、相加相乗平均の関係を使う.

(2)  $P$  が  $AB$  の中点だから  $a = \frac{x_1 + x_2}{2}$  である. 上の方程式について解と係数の関係を利用して解答を得る.

(3)  $D(x_1, 0), E(x_2, 0)$  とする.  $S$  は台形  $ADEB$  の面積から  $\frac{1}{x}$  を  $x_1$  から  $x_2$  まで積分した値を引いて  $\frac{m}{2}(x_2^2 - x_1^2) - \left(am - \frac{k}{a}\right)(x_2 - x_1) - \log x_2 + \log x_1$ .  $x_1, x_2$  が上の方程式の解であることを利用して  $S(m) = -\frac{m}{2}(x_2^2 - x_1^2) - \log x_2 + \log x_1$  となる. 合成関数の微分法を使ってこれを  $m$  について微分する. 解と係数の関係を利用して変形を行うと、解答の形を得る. ここで、 $x_1 + x_2 = a - \frac{k}{am}$  により  $x'_1 + x'_2 = \frac{k}{am^2}$  ( $'$  は  $m$  についての微分を示す) となることに注意する.

(4) 単純な計算をするのみ.

アムス

(page 5 of 5)

医学部合格に必要なすべてを完成させます

アムス

受付時間 TEL.03-3443-1010  
<平日 12-20 時>

PC <http://www.ams01.co.jp/> <http://www.ams01.co.jp/i/>

東大理系現役合格を実現します。

麻布八雙会

受付時間 TEL.03-3443-0108  
<平日 12-20 時>

PC <http://www.azabu-hassoukai.jp/> <http://www.azabu-hassoukai.jp/i/>