

# 慶應義塾大学医学部 解答速報

## 2011年度 物理

※この紙面の内容の全て、または一部を無断で複製・転用することを強く禁止致します。

### 物理講評

難易度：難化 分量：昨年並 一次突破ライン：60%以上 正規合格ライン：70%以上

簡単な問題は原子分野に集中し、熱力学の問題は状況把握が難しいため、いくら慶医の受験生といえど非常に苦戦したと思われる。Iは原子分野の基本問題だが、問1や問2はしっかり勉強していないと解ききれなかったであろう。IIはミリカンの実験に関する問題である。問1、4以外は原子分野の知識が無くても解けるはずだが、一度も解いたことが無いと難しかっただろう。問7は慶應らしい問題で、文章とグラフを手がかりにして解答を考える必要がある。IIIの熱力学の問題は、使う物理法則は標準的なものばかりであるが、物質質量が変化する珍しいタイプの問題であり、状況把握も短時間では困難なため、苦勞した受験生が多いだろう。良くわからずとも、問題文を信じて計算することで、出来るだけ点を稼いで欲しいところである。

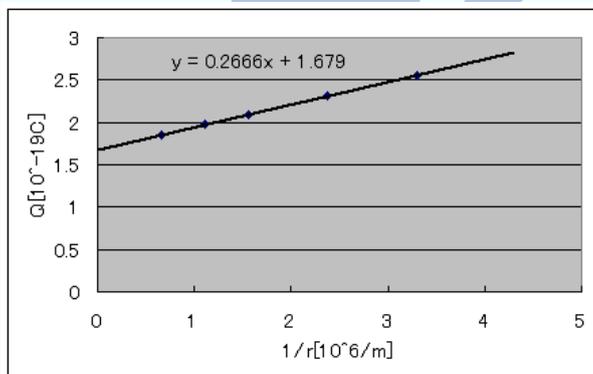
### 解答

I 問1 ①8② $e^+$ ③90④39 問2 ①(d)②(e)③(a)④(c) 問3 (1)① $\frac{h}{\lambda}$  ② $\frac{h}{\lambda'}$  (2)180[度](3)480[keV]

II 問1 ミリカン問2 下向き正とすれば③(上向き正とすれば④) 問3 ⑦問4 ③

問5  $1.9 \times 10^5$ [V/m] 問6 1:1.98, 2:2.56, 3:2.10, 4:2.31, 5:1.86 (下図)

問7 式(1)は油滴の半径が十分に大きいときに成立するので、 $1/r$ - $Q$  グラフにプロットした点に対し、最小二乗法により求めた直線の  $y$  切片の値を読み取ればよい。実際にこの操作を行って得られる値は  $Q = 1.68[10^{-19}C]$  となる。(下図の直線が最小二乗法により得られる1次関数である)



## 慶應義塾大学医学部 2次対策講座

- 慶應個人面接通信指導 ¥3,150 (メールの場合), ¥5,250 (FAXの場合)  
メール/FAX を使い (1) 志望理由を完璧な内容に改善し, (2) 出願内容に基づいた想定質問とそれに対する模範解答の作成指導を行います。
- 慶應小論文スピード通信添削 ¥3,150  
FAX で送って頂いた答案を合格答案へと添削し, 提出翌日の 13 時までにメール/FAX で返却します。
- 慶應二次対策オールインワンスクーリング 3/2(水)or 3/3(木) ¥21,000  
アムスが最強と言われる総合二次対策です。やや難しめの模擬面接となりますが, 今年もビシビシやります。1次合格者のうち上位3分の1に食い込まないと正規合格は叶いません。1次合格者間で学科得点にはたいした開きのないことを肝に銘じて臨みましょう。面接はかなり専門的な事柄についてもきっちりあなたの意見を質されます。こういったスタンスから発言するべきか要注意。小論文は点数化して評価。予想外の課題が出て形は常に一定。その形を利用して得点を取る方法を教えます。



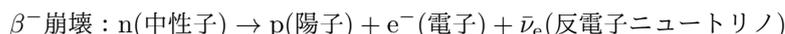
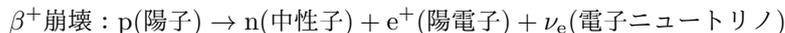
※この紙面の内容の全て、または一部を無断で複製・転用することを堅く禁止致します。

III 問1 ⑤問2 ⑤問3  $P_H$ :⑤ $T_H$ :② 問4 ①問5 ①問6  $T_H$  が大きくなりすぎてしまうから  
問7 ボイル・シャルルの法則問8 [ア]I[イ] $n[V_T + nV_p$  (ただし、⑥は  $[ウ]^\gamma$ , ⑦は  $[ウ]^{\gamma-1}$  と考えた)  
問9 2種類の断熱変化について、ポアソンの式と状態方程式を用いれば示せる。(詳細は解説参照)  
問10 ⑥,⑦式は最初タイヤに入っていた空気とタイヤにポンプで入れる全ての空気を合わせたものと、最終的にタイヤに入っている全ての空気の間でポアソンの式が成り立つことを示してる。よって、1回で注入する場合と分割して注入する場合で、空気を入れ終わった直後の圧力および温度に差異はない。

### 解説

#### I

問1  $\beta^+$ 崩壊と $\beta^-$ 崩壊に関する設問だが、 $\beta^-$ 崩壊の逆反応である $\beta^+$ 崩壊を知らなくても、①は酸素の原子番号に関する知識から分かるようになってる。③④は $\beta^-$ 崩壊(絶対に習う標準的な $\beta$ 崩壊のこと)なので、これぐらいは簡単に出来て欲しいところ。一応、 $\beta^+$ 崩壊と $\beta^-$ 崩壊の復習をしておきましょう!



よって $\beta^+$ 崩壊では原子番号(陽子の数)が1つ減り、 $\beta^-$ 崩壊では原子番号が1つ増えるが、両者共に質量数(陽子と中性子の数の和)は変わりません。

問2 まず、① $\alpha$ 線:  $\text{He}^{2+}$  ② $\beta^+$ 線:  $e^+$  ③ $\beta^-$ 線:  $e^-$  ④ $\gamma$ 線: 電磁波(電荷なし)を知っている必要があります。(  $\alpha$ 崩壊で出るのはHeとよく書かれていますが、正確には $\text{He}^{2+}$ でしたね。 $\text{He}^{2+}$ が出来ても、すぐに反応してHeになるので、よくHeと書かれているわけです。)この問題のいやらしい所は、この知識だけでは④以外解けないところにあります。電荷を持つ粒子が一樣磁場中で Lorentz 力を受けて円運動をすることは常識ですが、その半径はどうであったかという、

$$\text{向心方向の円運動の運動方程式: } m \frac{v^2}{r} = qvB \Rightarrow r = \frac{mv}{qB}$$

と計算できます。 $\text{He}^{2+}$ の方が $e^+$ よりも電荷量が大きいわけですが、質量は桁違いに大きいので、円運動の半径は $\text{He}^{2+}$ の方が大きいことになります。(電荷量だけ考えて、 $\text{He}^{2+}$ の方が半径が小さくなると思った人は惜しいです!) よって、 $\alpha$ 線が(d)で $\beta^+$ 線が(e)になります。

問3 電磁気学の完成により、光の正体は(電磁)波であると考えられていましたが、Einsteinは光電効果を説明するのに、光をエネルギー  $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$  を持つ粒子の集まりと考えればよいことを示しました。(光量子仮説ですね。)また、Einsteinは光子の運動量が  $p = \frac{h}{\lambda}$  であると予想しましたが(理論的に導いている)、この予想を裏付けたのが今回問題になっているコンプトン散乱でしたね。

(page 2 of 7)

医学部合格に必要なすべてを完成させます

AMS アムス

受付時間 TEL.03-3443-1010  
<平日 12-20時>

PC <http://www.ams01.co.jp/> [i-mode] <http://www.ams01.co.jp/i/>

東大理系現役合格を実現します。

麻布八雙会

受付時間 TEL.03-3443-0108  
<平日 12-20時>

PC <http://www.azabu-hassoukai.jp/> [i-mode] <http://www.azabu-hassoukai.jp/i/>



※この紙面の内容の全て、または一部を無断で複製・転用することを堅く禁止致します。

(2) でエネルギーの関係式が与えられるので、この問題は簡単だったと思います。しかし、これだけではつまらないので、(2) で与えられた式を導いてみましょう！原子分野の基本解法といえば、運動量保存とエネルギー保存を考えることですので、まずはそこから考えます。

$$\text{運動量保存則 (入射方向)} : \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'} \cos \theta + p \cos \phi \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\text{運動量保存則 (直角方向)} : 0 = \frac{h}{\lambda'} \sin \theta - p \sin \phi \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\text{エネルギー保存則} : \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda'} + \frac{p^2}{2m} \quad \left( \text{ただし, } E = \frac{hc}{\lambda}, E' = \frac{hc}{\lambda'} \right) \quad \dots \textcircled{3}$$

あとはひたすら式変形です。まずは、①,②から  $\phi$  を消去して次式を得ます。(  $\sin^2 \phi + \cos^2 \phi = 1$  を利用)

$$p^2 = \left( \frac{h}{\lambda} \right)^2 + \left( \frac{h}{\lambda'} \right)^2 - 2 \frac{h^2}{\lambda \lambda'} \cos \theta$$

これを③に代入して  $p$  を消去すれば、次式を得ます。

$$2mhc(\lambda' - \lambda) = h^2 \frac{(\lambda' - \lambda)^2}{\lambda \lambda'} + 2h^2(1 - \cos \theta)$$

ここで、 $\lambda' - \lambda$  は小さく、 $h^2 \frac{(\lambda' - \lambda)^2}{\lambda \lambda'}$  が他の項に比べて十分小さいので、0 と近似して次式を得ます。(相対論を用いれば、近似せずに次式を導くことが出来ますが、それは大学に入ってからのお楽しみですね。勿論、医学部に合格したらもう一生関係無いわけですけど、気が変わって物理学科に入り直すかもしれませんよね。)

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos \theta) \Rightarrow \frac{hc}{E'} - \frac{hc}{E} = \frac{h}{mc}(1 - \cos \theta) \Rightarrow E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{mc^2}(1 - \cos \theta)}$$

これで導出が完成しました。これより、電子のエネルギーは

$$\frac{p^2}{2m} = E - E' = \frac{\frac{E^2}{mc^2}(1 - \cos \theta)}{1 + \frac{E}{mc^2}(1 - \cos \theta)} = \frac{E}{1 + \frac{mc^2}{E(1 - \cos \theta)}}$$

となります。よって、電子のエネルギーは  $\cos \theta = -1$  つまり  $\theta = \pi$  のときに最大値  $\frac{E}{1 + \frac{mc^2}{2E}}$  をとります。

このとき、 $E = 662\text{keV}$ 、 $mc^2 = 511\text{keV}$  とすれば、 $\frac{p^2}{2m} \simeq 480\text{keV}$  となります。

ちなみに、 $^{137}\text{Cs}$  から発生する  $\gamma$  線のエネルギーというのは、 $E'$  のことではなく  $E$  のことですので注意してください。セシウム  $^{137}\text{Cs}$  はコバルト  $^{60}\text{Co}$  と同様にガンマ線照射用の線源として用いられる重要な放射性同位体なので、これを用いて入射  $\gamma$  線を発生させるわけです。

(page 3 of 7)

医学部合格に必要なすべてを完成させます

AMS アムス

受付時間 TEL.03-3443-1010  
<平日 12-20時>

PC <http://www.ams01.co.jp/> <http://www.ams01.co.jp/i/>

東大理系現役合格を実現します。

麻布八雙会

受付時間 TEL.03-3443-0108  
<平日 12-20時>

PC <http://www.azabu-hassoukai.jp/> <http://www.azabu-hassoukai.jp/i/>



※この紙面の内容の全て、または一部を無断で複製・転用することを堅く禁止致します。

## II

問1 答えはミリカンですね。ミリカンの実験を理解するのに原子分野の知識は必要ありませんが、この実験は原子分野で学習するので、知らない人が多かったかもしれませんね。みなさんも（僕も願わくば）将来慶医の入試問題で名前を答えさせられるような人物になれるように頑張ってください！

問2 これは、向きのある物理量の正方向をどちらに選ぶかで答えが変わるひどい問題です。ここでは下向きを正にとります。油滴に働く力は重力と空気抵抗であり、空気抵抗  $F_s$  は  $v$  を符号込みの量として扱うと常に  $-krv$  とかけることに注意して、運動方程式： $0 = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g - kr v_1$  から、 $r = \sqrt{\frac{3k v_1}{4\pi \rho g}}$  を得ます。

※上向きを正にとると、運動方程式： $0 = -\frac{4}{3}\pi r^3 \rho g - kr v_1$  より、 $r = \sqrt{\frac{-3k v_1}{4\pi \rho g}}$  となります。

問3 さて、この問題も「えっ？電場の向きどっち？」につきます。ここでは、IIの問題文2行目の「上下方向の向きのある物理量は、正負の符号付きの物理量として扱う」という文章を、「上下の正負はあなたが好きに決めていいけど、全ての物理量の正方向は統一してね」ということだと判断して解くことにしましょう。ここでは問2と同じように全ての物理量の正方向を下向きにとって考えます。（問2と問3で向きをそろえていれば、問3は上向きを正方向にとっても同じ答えになります。）電荷は符号込みで  $q$  とすれば、一定速度  $v_2$  における運動方程式は次のようになります。

$$\text{運動方程式：} 0 = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g + qE - kr v_2$$

あとは、問2で求めた運動方程式式を用いれば、 $q = \frac{kr(v_2 - v_1)}{E}$  となります。

問4 さて、これは難問です。何故なら、「放射線源」を選べと言っておきながら、選択肢には「放射線」しか書いてないからです。というのは冗談で、ミリカンの実験で用いる放射線は、どの教科書にも X 線と書いてあるからです。困りますね。でも考えます。この放射線の目的は油滴の電荷を変化させることなので、電離作用がないと話になりません。よって、答えは紫外線、ガンマ線、アルファ線に絞られます。紫外線は「放射線には含まれない」ので候補からはずれます。また、アルファ線は電離作用が強すぎるため、数 cm の空気中を通過するだけでとまってしまうので、直径 22cm のコンデンサーには不適合です。今回はアルミ箔があるため、これを通過できるのはガンマ線だけであるということからも答えがわかります。以上より、答えはガンマ線になります。

問5 極板間距離 (16mm) よりも十分大きな直径 (22cm) を持つ金属電極なので、無限に広い平行板コンデンサーの公式が適用できます。コンデンサー内で電場は一律とみなせますので、 $V = Ed$  の公式を使うだけです。

問6 これはやり方を知らないと戸惑うでしょう。この問題を解く際に、各油滴に対して「電気素量分しか違わない値が観測されている」という大前提があることを知っていなければなりません。（そうでないと、答えがいくらでも考えられてしまいますものね。この大前提を書いていないのはちょっと残酷ですね。）さて、これが分かれば、各観測値の差の中から一番小さいものが電気素量であると考えて、各観測値が電気素量の何倍になっているかを計算した後で、平均値を求めればよいことになります。

(page 4 of 7)

医学部合格に必要なすべてを完成させます

アム&アムス

受付時間 TEL.03-3443-1010  
<平日 12-20時>

PC <http://www.ams01.co.jp/> [i-mode] <http://www.ams01.co.jp/i/>

東大理系現役合格を実現します。

麻布八雙会

受付時間 TEL.03-3443-0108  
<平日 12-20時>

PC <http://www.azabu-hassoukai.jp/> [i-mode] <http://www.azabu-hassoukai.jp/i/>



※この紙面の内容の全て、または一部を無断で複製・転用することを堅く禁止致します。

何を言ってるのか分からないと思いますので、具体的に油滴2について考えましょう。まず、各値の差の中で一番小さいのは7.677と5.118の差の2.559ですね。これが「ほぼ」電気素量であると信じます。あとは、平均をとることで観測誤差の影響を減らします。各値が2.559の約何倍になっているのか調べてみると、7.677は3倍、15.35は6倍、5.118は2倍、12.80は5倍とわかります。よって、 $\frac{7.677+15.35+5.118+12.80}{3+6+2+5} = 2.60$ が答えになります。(最後は勿論、有効数字3桁にしています。)これを全ての油滴について行い、グラフに描けば終わりです。(何て面倒なんでしょう！実際には、一番小さい観測値の差を有効数字3桁で答えれば、同じ結果が得られます。平均なんか取らなくて良いわけです。頑張った人が報われませんね…)

問7この問題のポイントは、問題文中の「油滴の半径が十分に大きいとき、…式(1)が成立する」です。これが最大にして唯一のヒントですね。半径 $r$ が十分に大きければ、(1)は近似式ではなくなるのですから、 $1/r$ が0の所でどうなるか調べればよいわけです。あとは、プロットした点が、ほぼ直線上にあることを利用して、グラフの $y$ 切片を求めてください。ちなみに、プロットした点から「最も妥当な」直線を引く方法の1つとして、最小二乗法があります。(これは、直線とプロットした点との誤差の二乗が最も小さくなるという意味で最も妥当な直線を出します。)この方法を知っていれば、特にグラフを用いずとも計算だけで $y$ 切片が求められます。上記の解答には、この方針で答えを書きましたが、受験生としてこの問題を解くときは、適当に直線を引いて $y$ 切片を求めればよいと思います。

### III

問1この問題のポイントは「タイヤの断面は内径2.0cmの円形」という文章に気づくことでしょう。(タイヤはホースを1周まきつけたような形状ということですが。)バームクーヘンのような形状を思い浮かべてはいけません。これさえ分かれば、 $V_T$ はおおよそ $2.0 \times 2.0 \times \pi \times 70 \times \pi$ で求められることがわかるでしょう。

問2タイヤの形状変化はないと仮定し、温度は最終的に外気温まで低下するので、タイヤの体積 $V_T$ と温度 $T_0$ は変えずに、空気を入れる(物質質量 $n$ を増やす)ことでタイヤ内の圧力(空気圧)を上げてパンパンにしようという問題です。(パンパンじゃないと、走れないですね。)まず、この状況を把握する必要があります。あとは、注入前後の空気の物質質量の差を求めて、それが外気換算でどのくらいの体積に相当するのか計算します。

$$\text{注入前後の空気の物質質量の差} : \frac{PV_T}{RT_0} - \frac{P_0V_T}{RT_0} \quad (\text{ただし, } P = 1.0 \times 10^6 \text{ Pa})$$

$$\therefore V_A = \frac{(P - P_0)V_T}{RT_0} \times \frac{RT_0}{P_0} = \left(\frac{P}{P_0} - 1\right) V_T = 9V_T \text{ となります。}$$

問3 Poissonの式は与えられているので、あとは問2の結果 $\frac{V_A}{V_T} = 9$ を利用するだけです。

$$P_H = P_0 \left(1 + \frac{V_A}{V_T}\right)^\gamma = 10^{1.4} P_0, \quad T_H = T_0 \left(1 + \frac{V_A}{V_T}\right)^{\gamma-1} = 10^{0.4} T_0 \text{ となります。}$$

(page 5 of 7)

医学部合格に必要なすべてを完成させます

AMS アムス

受付時間 TEL.03-3443-1010  
<平日 12-20時>

PC <http://www.ams01.co.jp/> <http://www.ams01.co.jp/i/>

東大理系現役合格を実現します。

麻布八雙会

受付時間 TEL.03-3443-0108  
<平日 12-20時>

PC <http://www.azabu-hassoukai.jp/> <http://www.azabu-hassoukai.jp/i/>



※この紙面の内容の全て、または一部を無断で複製・転用することを堅く禁止致します。

※ポンプ、バルブ、タイヤゴムへの熱伝導を無視できるくらい一瞬で空気を入れれば断熱変化として近似出来るでしょうが、準静的な変化ではなくなるので、準静的な断熱変化でのみ成り立つ Poisson の式を用いて、タイヤへの空気入れを解析してよいのか疑問ですよ。怪しい問題なわけです。

問4 これは基本的な比熱の問題なので確実に得点したいですね。タイヤの与えた熱量とタイヤゴムの受け取った熱量を等式で結びましょう。

$$MC_T(T_F - T_0) = \frac{V_A + V_T}{v_A} C_A (T_H - T_F) \quad \therefore T_F = \frac{MC_T T_0 + \frac{V_A + V_T}{v_A} C_A T_H}{MC_T + \frac{V_A + V_T}{v_A} C_A}$$

問5 代入するだけです。ここまで頑張った人へのご褒美ですから、しっかり計算しましょう。

問6 具体的に求めた値の中で常軌を逸しているのは  $T_H$  ですね。これを指摘すれば良いでしょう。  $T_F$  を求めた次の設問なので、  $T_F$  を意識したくなりますが、それほど異常な値では無いので、そっとしておきましょう。

問7 化学選択者にはおなじみですよ。ボイル・シャルルの法則です。

問8 まずは状況を理解しましょう。熱のものは全て無視できるとして、ポンプ内の空気をタイヤの中に入れて、タイヤ内の圧力を上げることを考えます。ここで、断熱変化には2通りあることに注意しましょう。

Ⓐ 新たに入れたポンプ内の空気が、タイヤ内と同じ圧力になるまで (ポンプ内の圧力をタイヤ内と同じにすると、ポンプ内の温度もタイヤ内と同じになることが示せる) 圧縮する断熱変化 ( $V_P \rightarrow V_{n-1}$  の断熱圧縮)

Ⓑ タイヤ内と同じ圧力になったポンプ内の空気を全てタイヤに入れる断熱変化 ( $V_{n-1} + V_T \rightarrow V_T$  の断熱圧縮) の2通りです。両方とも (疑わしいですが) 準静的 (つまり、常に状態方程式が立てられる平衡状態にある) であるとして、Poisson の式と状態方程式を立てることにするわけです。問題文中の①と②はⒷに関する Poisson の式です。③はⒶに関する状態方程式ですが、  $n-1$  回目の操作後と  $n$  回目の操作後を比べています。(Ⓐは初期状態が全て同じなので  $n-1$  回目と  $n$  回目比べられるのです。) この3式を認めてしまえば、あとは誘導に乗って計算するだけです。(状況が分からなくても、計算だけすることの可能な問題になっています。)

$$\text{①より, } P_n = P_{n-1} \left(1 + \frac{V_{n-1}}{V_T}\right)^\gamma, \text{ ②より, } T_n = T_{n-1} \left(1 + \frac{V_{n-1}}{V_T}\right)^{\gamma-1} \quad \text{これらを③に代入すれば}$$

$$V_{n-1} = \left(1 + \frac{V_{n-1}}{V_T}\right) V_n \quad \text{より, 両辺 } \frac{V_T}{V_{n-1} V_n} \text{ 倍して, } \frac{V_T}{V_n} = \frac{V_T}{V_{n-1}} + 1 \text{ を得る.}$$

$$\text{漸化式を解けば, } \frac{V_T}{V_n} = \frac{V_T}{V_P} + n \quad \text{より } (V_0 = V_P), V_n = \frac{V_T}{\frac{V_T}{V_P} + n} \text{ と分かる.}$$

これを、Ⓐでの Poisson の式  $P_0 V_P^\gamma = P_n V_n^\gamma, T_0 V_P^{\gamma-1} = T_n V_n^{\gamma-1}$  に代入することで、

$$P_n V_T^\gamma = P_0 \times (V_T + n V_P)^\gamma, T_n V_T^{\gamma-1} = T_0 \times (V_T + n V_P)^{\gamma-1} \quad \text{を得る. (つまり [ウ] は出題ミス!)}$$

医学部合格に必要なすべてを完成させます

アム&アムス

受付時間 TEL.03-3443-1010  
<平日 12-20時>

PC <http://www.ams01.co.jp/> / [i-mode](http://www.ams01.co.jp/i/) <http://www.ams01.co.jp/i/>

東大理系現役合格を実現します。

麻布八雙会

受付時間 TEL.03-3443-0108  
<平日 12-20時>

PC <http://www.azabu-hassoukai.jp/> / [i-mode](http://www.azabu-hassoukai.jp/i/) <http://www.azabu-hassoukai.jp/i/>



※この紙面の内容の全て、または一部を無断で複製・転用することを堅く禁止致します。

問9さて、問8では  $T'_n = T_n$  を仮定していたわけですから、この問題は1から考える必要があります。帰納法を使えば、一般に  $T'_n = T_n$  が示せるので、ここでは  $T'_n = T_n$  を示しましょう！

$n = 1$  の場合(つまり問9)

まずは1回目のポンプからタイヤへの注入を考える。  $V_P + V_T \rightarrow V_T$  の断熱圧縮 (B) なので、次が成り立つ。

$$\text{Poisson の式: } T_0 (V_P + V_T)^{\gamma-1} = T_1 V_T^{\gamma-1} \dots \text{ (a)}, \quad \text{状態方程式: } \frac{P_0 (V_P + V_T)}{T_0} = \frac{P_1 V_T}{T_1} \dots \text{ (b)}$$

次に、新たに入れたポンプ内の空気の圧力を  $P_1$  にする。  $V_P \rightarrow V_1$  の断熱圧縮 (A) なので、次が成り立つ。

$$\text{Poisson の式: } T_0 V_P^{\gamma-1} = T'_1 V_1^{\gamma-1} \dots \text{ (c)}, \quad \text{状態方程式: } \frac{P_0 V_P}{T_0} = \frac{P_1 V_1}{T'_1} \dots \text{ (d)}$$

よって、両辺各々 (b) ÷ (d)  $\times$  (c) を計算すると、  $1 = \left( \frac{T'_1}{T_1} \right)^\gamma$  を得る。つまり、  $T'_1 = T_1$  が示せた。

$n = k - 1$  で成立するとして  $n = k$  を示す

$n = k - 1$  では成立していると仮定しているので、以下  $T'_{k-1} = T_{k-1}$  として考える。

$k$  回目のポンプからタイヤへの注入を考える。  $V_{k-1} + V_T \rightarrow V_T$  の断熱圧縮 (B) なので、次が成り立つ。

$$\text{Poisson の式: } T_{k-1} (V_{k-1} + V_T)^{\gamma-1} = T_k V_T^{\gamma-1} \dots \text{ (e)}, \quad \text{状態方程式: } \frac{P_{k-1} (V_{k-1} + V_T)}{T_{k-1}} = \frac{P_k V_T}{T_k} \dots \text{ (f)}$$

次に、新たに入れたポンプ内の空気の圧力を  $P_k$  にする。  $V_P \rightarrow V_k$  の断熱圧縮 (A) だが、ポンプ内の初期条件は全て同じなので、  $k - 1$  回目と  $k$  回目を比べれば、次が成り立つ。 ( $T'_{k-1} = T_{k-1}$  に注意！)

$$\text{Poisson の式: } T_{k-1} V_P^{\gamma-1} = T'_k V_k^{\gamma-1} \dots \text{ (g)}, \quad \text{状態方程式: } \frac{P_{k-1} V_P}{T_{k-1}} = \frac{P_k V_k}{T'_k} \dots \text{ (h)}$$

よって、両辺各々 (f) ÷ (h)  $\times$  (g) を計算すると、  $1 = \left( \frac{T'_k}{T_k} \right)^\gamma$  を得る。つまり、  $T'_k = T_k$  が示せた。

以上より、全ての  $n \in \mathbb{N}$  に対して  $T'_n = T_n$  が示せた。 ■

問10結局、問9をふまえたうえで最終的に導かれる式は、問8の次式になります。

$$P_n V_T^\gamma = P_0 \times (V_T + nV_P)^\gamma, \quad T_n V_T^{\gamma-1} = T_0 \times (V_T + nV_P)^{\gamma-1}$$

これは、問3で与えられた1回で全ての空気を入れる式と同じ形をしています。つまり、ポンプで  $V_A$  の空気を1度に入れようが、  $V_P$  の空気を  $n$  回入れようが、  $V_A = nV_P$  の状況では注入直後のタイヤ内の圧力と温度は変わらないこととなります。「なんだよ、複数回に分けても変わらないのかよ！問6は何だったんだ！」という話になりますが、これは「 $n$  回の断熱圧縮の間、タイヤ内空気からタイヤゴムへの熱の伝導は無視できる。」という仮定が引き起こした結論なのです。実際には複数回で入れれば、入れる度にタイヤゴムへ熱が伝わるので、タイヤ内の温度を上げすぎずに空気を入れることが出来ると思われれます。ただし、そもそも現実では準静的に空気を入れないので、こんな解析は意味がないともいえますね。一体何だったんでしょうか？

(page 7 of 7)

医学部合格に必要なすべてを完成させます

AMS アムス

受付時間 TEL.03-3443-1010  
<平日 12-20時>

PC <http://www.ams01.co.jp/> <http://www.ams01.co.jp/i/>

東大理系現役合格を実現します。

麻布八雙会

受付時間 TEL.03-3443-0108  
<平日 12-20時>

PC <http://www.azabu-hassoukai.jp/> <http://www.azabu-hassoukai.jp/i/>