

物 理

1. 図1のように、長さ l の曲がりやすい一様なロープを粗い机の上に、机の端から x_0 だけ垂れ下げた状態で静かに置いた。このときロープは静止したが、ロープに働く力が限界のつり合い状態であったため、時刻 $t = 0$ において力のつり合いは自然に破れた。その後、ロープはすべり落ちた。

ロープの各部分の移動は同じなので、先端の運動を考え、図2のように、机の上面を原点に、鉛直下方に x 軸をとり、時刻 $t > 0$ におけるロープの先端の位置と加速度をそれぞれ x と a とする。ロープの単位長さあたりの質量を λ とし、ロープに働く力のつり合いが破れたあとロープをすべり落とそうとする力を $f(x)$ とすると、 $x_0 < x < l$ の範囲で次式が成り立つ。

$$l\lambda a = f(x)$$

ロープと机上面との間の静止摩擦係数と動摩擦係数をそれぞれ μ と μ' 、重力加速度の大きさを g として、次の各問いに答えよ。

問1～問3、問5は答えのみを、問4は導出過程と答えを解答欄に記せ。答えの式は出来るだけ簡素な形にし、導出過程は考え方が分かるように簡潔に記述せよ。

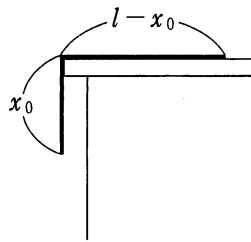


図1

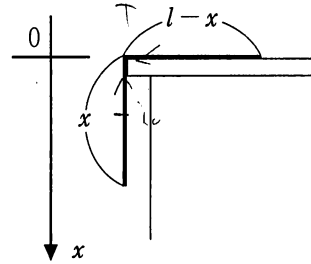


図2

問1. x_0 を l, λ, μ, μ', g のうち必要なもので表せ。

問2. (イ) $f(x)$ を $l, x, \lambda, \mu, \mu', g$ のうち必要なもので表せ。

(ロ) 横軸を x 、縦軸を y として $y = f(x)$ のグラフを、 $x_0 < x < l$ の範囲で描け。グラフは手で丁寧に、解答欄の所定の位置に記入せよ。グラフには、 x_0 の記号を用いてよい。

問3. 問2(ロ)のグラフを利用して、図1の状態から図2の状態の間に力 $f(x)$ がロープにした仕事 W を、 $l, x_0, x, \lambda, \mu', g$ で表せ。

問4. 時刻 $t > 0$ において、 $x_0 < x < l$ の範囲で、ロープの先端の速度 v を x の関数として表せ。

答えの式には x_0 を用いてはいけない。

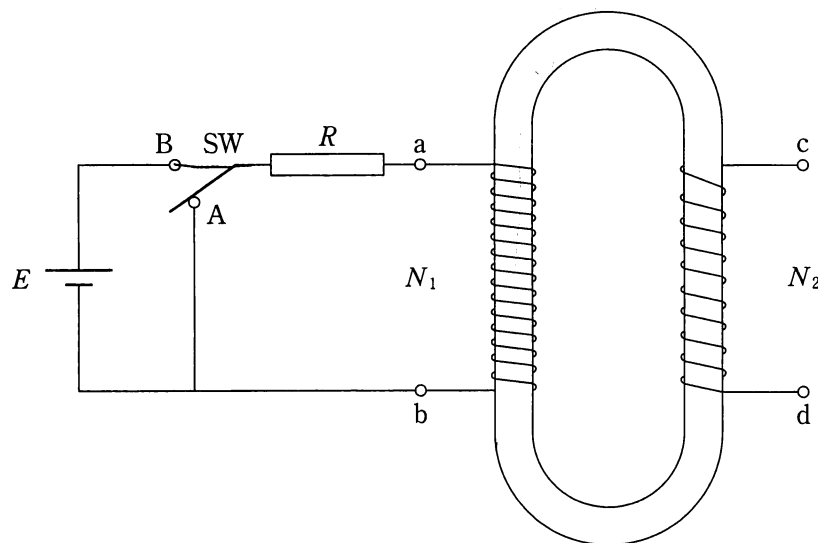
問5. ロープが机から離れる瞬間におけるロープの先端の速さはいくらか。答えの式には x_0 を用いてはいけない。

2. 透磁率 μ [N/A²] で断面積が S [m²] の環状の鉄心に巻き数 N_1 の 1 次コイルと巻き数 N_2 の 2 次コイルを巻いた変圧器がある。2 つのコイルの長さは共に l [m] である。図のように、A 側に倒してあるスイッチ SW, 抵抗 R [Ω], 起電力 E [V] の直流電源を 1 次コイルの端子 a と b に接続し、2 次コイルの端子 c と d には何も接続しなかった。

回路のスイッチ SW を A から B に切りかえ、十分に時間がたってから再び A に戻した。

電源と 2 つのコイルの内部抵抗は無視できるとし、磁束は鉄心内に一様に生じ外部にもれないとして、次の各問いに答えよ。

問 1 ~ 3 と問 5 は答えのみを、問 4 は導出過程と答えを解答欄に記せ。答えの式は出来るだけ簡素な形にし、導出過程は考え方が分かるように簡潔に記述せよ。



問 1. スイッチを A から B に切りかえた直後、b に対する a の電位 [V] はいくらか(イ)。そのとき、d に対する c の電位は正か負か。「正」または「負」で答えよ(ロ)。

問 2. スイッチを A から B に切りかえてから十分に時間がたったとき、鉄心内の磁束 [Wb] はいくらか。

問 3. スイッチを B から A に戻した直後、b に対する a の電位 [V] はいくらか(イ)。そのとき、d に対する c の電位は正か負か。「正」または「負」で答えよ(ロ)。

問 4. 1 次コイルの自己インダクタンス (L_1 [H]) と 2 つのコイルの相互インダクタンス (M [H]) を求めよ。ただし、導出過程では、微小時間 Δt [s] に回路に流れる電流 (a → b を正の向きとする) が ΔI [A] だけ微小変化したとき、鉄心内の磁束は $\Delta \phi$ [Wb] だけ微小変化するとして記述せよ。

問 5. 2 次コイルの自己インダクタンスを L_2 [H] とし、 L_1 , L_2 , M の間の関係式を記せ。

3. 断熱材で作られた円筒型シリンダー(断面積 S)とシリンダー内を摩擦なく移動するピストン(断面積 S , 質量 m)がある。図1のように、シリンダーを単原子分子の理想気体(圧力 p_0)中に鉛直に立て、ピストンの上面中央につけた軽いひもをもって、ピストンをゆっくり降ろしてシリンダー内に差し込んだ。図2のように、ピストンはシリンダーの底面につく前に静止したので、ひもを静かに離した。このとき、シリンダー内の気体の体積を V , 圧力を p , 温度を T とする。

ピストンが静止した状態から、再びひもをもってピストンを微小な距離だけ引き上げてから静かに離したところ、ピストンが単振動を始めた。振動中に、シリンダー内の気体の体積が V から $V + \Delta V$ に変化したとき、圧力と温度はそれぞれ Δp と ΔT だけ変化した。このとき、 $\Delta p \Delta V = 0$ とみなせ、次式が近似的に成り立つ。

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta p}{p} + \frac{\Delta V}{V} \quad (1)$$

気体定数を R , 重力加速度の大きさを g として、次の各問いに答えよ。

問1～4は答えのみを、問5は導出過程と答えを解答欄に記せ。答えの式は出来るだけ簡素な形にし、導出過程は考え方が分かるように簡潔に記述せよ。

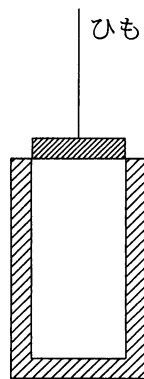


図1

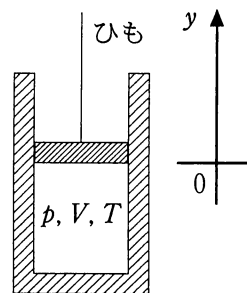


図2

- 問1. ピストンが静止した状態におけるシリンダー内の気体の圧力 p を, S , m , p_0 , V , T , R , g のうち必要なもので表せ。
- 問2. $\Delta V > 0$ のとき Δp の正負(イ)と ΔT の正負(ロ)を「正」または「負」で答えよ。
- 問3. シリンダー内の気体の体積が V から $V + \Delta V$ に変化したとき、内部エネルギー変化はいくらか。
- 問4. $\Delta p = A \Delta V$ の関係がある。 A を V , p , T のうち必要なもので表せ。
- 問5. ピストンの振動数 (f) はいくらか。導出過程では、図2のように、ピストンが静止した状態におけるピストンの底面を原点に、鉛直上方に y 軸を取り、ピストンの位置座標 y を用いよ。